

▷ 1. Найти сумму квадратов всех целых  $x$ , удовлетворяющих неравенству

$$|x^2 - 4|x| + 3| < 1$$

Ответ: 20.

▷ 2. В прямоугольном треугольнике даны: площадь -  $84 \text{ см}^2$  и радиус вписанной окружности -  $3 \text{ см}$ . Найдите его стороны. В ответе запишите  $|a - b|$ , где  $a, b$  — найденные катеты.

Ответ: 17.

▷ 3. Известно, что в сумме из 100 слагаемых  $A = 1 + 11 + 111 + \dots + 11\dots1$  реже всех цифр встречается цифра  $m$ , причем она повторяется в записи числа  $A$   $k$  раз. Какое значение принимает  $m+k$ ?

Ответ: 9.

▷ 4. Определить число целых значений параметра  $a$ , при которых уравнение

$$a \sin x + 2 \cos x = 1, (3)a$$

имеет решение.

Ответ: 5.

▷ 5. Координаты вершин выпуклого многоугольника есть решения системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 = 3y^2 + 12y + 11 + 2x, \\ 2x = x^2 + y^2 + 4y + 1. \end{cases}$$

Найдите длину наибольшей диагонали многоугольника

Ответ: 4.

▷ 6. Из круглой однородной пластины радиуса 4 метра высверлили круглое отверстие радиуса 1 метр, центр которого находится на расстоянии 3 метра от центра тяжести исходной пластины. На сколько сантиметров сместился центр тяжести новой пластины?

Ответ: 20.

▷ 7. Пусть  $g(x) = 3 \sin x + 4 \cos x$ ,  $f(g(x)) = |3 \cos x - 4 \sin x|$ . Найдите  $f(0)$ .

Ответ: 5.

▷ 8. В контейнер упакованы комплектующие изделия трех типов. Стоимость и вес одного изделия составляет 400 тыс. руб. и 12 кг для первого типа, 500 тыс руб. и 16 кг для второго типа, 600 тыс руб и 15 кг для третьего типа. Общий вес комплектующих равен 326 кг. Определить минимально возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих изделий.

Ответ: 10500.

▷ 9. Последовательность  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$  такова, что  $a_1 = 20$ ,  $a_2 = 40$ ,  $a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$ ,  $n = 3, 4, 5, \dots$ . Сколько различных делителей имеет следующая сумма  $a_{2024} + a_{2023} + a_{2022} + a_{2021} + a_{2020} + a_{2019} + a_{2018} + a_{2017}$ ?

Ответ: 64560.

▷ 10. Существуют такие натуральные числа, что произведение суммы цифр числа на их количество равно 2023. Пусть  $n$  — наименьшее из всех таких чисел. В ответе укажите количество делителей у числа  $n + 1$ .

Ответ: 840.

▷ 1. Найти сумму квадратов всех целых  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $|x^2 - 2|x| - 1| \leq 1$ .

Ответ: 8.

▷ 2. Вычислите катеты прямоугольного треугольника, если известны радиус  $r$  вписанной окружности ( $r = 6$ ) и гипотенуза  $c = 39$ . В ответе запишите  $|a - b|$ , где  $a, b$  — катеты.

Ответ: 21.

▷ 3. Какие цифры встречаются чаще других в записи числа  $B$  — следующей суммы 100 слагаемых  $B = 3 + 33 + 333 + \dots + 33\dots3$ ? Если таких цифр несколько, то в ответе запишите сумму этих цифр.

Ответ: 10.

▷ 4. Определить число целых значений параметра  $b$ , при которых уравнение  $4 \sin x + b \cos x = 2$ ,  $(2)b$  имеет решение.

Ответ: 5.

▷ 5. Координаты вершин выпуклого многоугольника есть решения системы уравнений

$$\begin{cases} 2x = x^2 + 4y^2 + 16y + 13, \\ 4xy + 10x = x^2 + 4y^2 + 20y + 21. \end{cases}$$

Найдите площадь многоугольника.

Ответ: 4.

▷ 6. Из прямоугольной однородной пластины размером 12 на 18 метров вырезали квадрат со стороной 5 метров, вершина которого совпадает с вершиной прямоугольника. На сколько сантиметров сместится центр тяжести новой пластины? Ответ округлить до целого значения.

Ответ: 97.

▷ 7. Пусть  $g(x) = 7 \sin x + 24 \cos x$ ,  $f(g(x)) = |7 \cos x - 24 \sin x|$ . Найдите  $f(25)$ .

Ответ: 0.

▷ 8. Партия товара упакована в коробки трех типов. Вес и стоимость содержимого одной коробки составляют 6 кг и 90 тыс.руб. для первого типа, 16 кг и 280 тыс.руб. для второго типа, 7 кг и 120 тыс.руб. для третьего типа. Суммарная стоимость товара равна 3220 тыс. руб. Определить наименьший возможный общий вес партии товара.

Ответ: 186.

▷ 9. Последовательность  $(b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots)$  такова, что  $b_1 = 20$ ,  $b_2 = 40$ ,  $b_n = 4b_{n-1} + 5b_{n-2}$ ,  $n = 3, 4, 5, \dots$ . Сколько различных делителей имеет следующая сумма  $b_{224} + b_{223} + b_{222} + b_{221} + b_{220} + b_{219} + b_{218} + b_{217}$ ?

Ответ: 6540.

▷ 10. Существуют такие натуральные числа, что произведение суммы цифр числа на их количество равно 1001. Пусть  $n$  — наименьшее из всех таких чисел. В ответе укажите количество делителей у числа  $n + 1$ .

Ответ: 132.

▷ 1. Найти сумму квадратов всех целых  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $2|x - 1| + 2x + 1 \geq x^2$ .

Ответ: 15.

▷ 2. В прямоугольном треугольнике с катетами  $\sqrt{80}$  и  $\sqrt{45}$  провели биссектрису меньшего острого угла. Найдите расстояние  $h$  до этой биссектрисы от вершины прямого угла.

Ответ:  $2\sqrt{2}$ .

▷ 3. Какие цифры встречаются чаще других в записи числа  $C$  — следующей суммы 100 слагаемых  $C = 6 + 66 + 666 + \dots + 66\dots 6$ ? В ответе запишите сумму всех найденных цифр.

Ответ: 11.

▷ 4. Определить число целых значений параметра  $c$ , при которых уравнение  $(c - 2) \sin x + (c + 2) \cos x = c\sqrt{2}$ , (8) имеет решение.

Ответ: 7.

▷ 5. Координаты вершин выпуклого многоугольника есть решения системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2y = 7 + 2x, \\ 4x + |y + 1| = 5. \end{cases}$$

Найдите площадь многоугольника. В ответе запишите целую часть найденной площади.

Ответ: 0.

▷ 6. Из круглой однородной пластины радиуса 5 метров высверлили круглое отверстие радиуса 1 метр, центр которого находится на расстоянии 2 м 40 см от центра тяжести исходной пластины. На сколько сантиметров сместился центр тяжести новой пластины?

Ответ: 10.

▷ 7. Пусть  $g(x) = 5 \sin x + 12 \cos x$ ,  $f(g(x)) = |5 \cos x - 12 \sin x|$ . Найдите  $f(-13)$ .

Ответ: 0.

▷ 8. В контейнер упакованы комплектующие изделия трех типов. Стоимость и вес одного изделия составляет 400 тыс. руб. и 12 кг для первого типа, 500 тыс руб. и 16 кг для второго типа, 600 тыс. руб. и 15 кг для третьего типа. Общий вес комплектующих равен 326 кг. Определить максимальную возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих изделий.

Ответ: 12600.

▷ 9. Последовательность  $(c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots)$  такова, что  $c_1 = 1$ ,  $c_2 = 3$ ,  $c_n = 2c_{n-1} + 3c_{n-2}$ ,  $n = 3, 4, 5, \dots$ . Сколько различных делителей имеет следующая сумма  $c_{100} + c_{101} + c_{102} + c_{103} + c_{104} + c_{105} + c_{106} + c_{107}$ ?

Ответ: 2000.

▷ 10. Существуют такие натуральные числа, что произведение суммы цифр числа на их количество равно 1023. Пусть  $n$  — наименьшее из всех таких чисел. В ответе укажите количество делителей у числа  $n + 1$ .

Ответ: 143.

▷ 1. Найти сумму квадратов всех целых  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $|x^2 - 1| \leq 2|x|$ .

Ответ: 10.

▷ 2. В прямоугольном треугольнике с катетами  $\sqrt{80}$  и  $\sqrt{45}$  провели биссектрису большего острого угла. Найдите расстояние  $h$  до этой биссектрисы от вершины прямого угла.

Ответ: 3.

▷ 3. Известно, что в сумме из 100 слагаемых  $D = 7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$  реже всех встречается цифра  $m$ , причём она встречается в записи  $D$   $k$  раз. Какое значение принимает  $m + k$ ?

Ответ: 3.

▷ 4. Определить число целых значений параметра  $d$ , при которых уравнение  $(d^2 - 1) \sin x + 2d \cos x = 1$ .  $(1)d^2$  имеет решение.

Ответ: 7.

▷ 5. Координаты вершин выпуклого многоугольника есть решения системы уравнений

$$\begin{cases} |x - y| + |x + y| = 4, \\ |x| + |y| = 3. \end{cases}$$

Найдите длины наибольшей и наименьшей диагонали. В ответе запишите сумму квадратов найденных длин.

Ответ: 30.

▷ 6. Из прямоугольной однородной пластины размером 12 м на 16 м вырезали прямоугольник размером 4 м на 3 м, вершина меньшего прямоугольника совпадает с вершиной исходной пластины. Оказалось, что центр тяжести полученной пластины сместился на целое число см. Найдите это значение.

Ответ: 50.

▷ 7. Пусть  $g(x) = 6 \sin x + 8 \cos x$ ,  $f(|g(x)|) = \sqrt{3}|6 \cos x - 8 \sin x|$ . Найдите  $f(5)$ .

Ответ: 15.

▷ 8. Партия товара упакована в коробки трех типов. Вес и стоимость содержимого одной коробки составляют 6 кг и 90 тыс.руб. для первого типа, 16 кг и 280 тыс.руб. для второго типа, 7 кг и 120 тыс.руб. для третьего типа. Суммарная стоимость товара равна 3220 тыс. руб. Определить наибольший возможный общий вес партии товара.

Ответ: 210.

▷ 9. Последовательность  $(d_1, d_2, d_3, \dots, d_n, \dots)$  такова, что  $d_1 = 5$ ,  $d_2 = -3$ ,  $d_n = d_{n-1} + 2d_{n-2}$ ,  $n = 3, 4, 5, \dots$ . Сколько различных делителей имеет следующая сумма  $d_{200} + d_{201} + d_{202} + d_{203} + d_{204} + d_{205}$ ?

Ответ: 804.

▷ 10. Существуют такие натуральные числа, что произведение суммы цифр числа на их количество равно 1200. Пусть  $n$  — наименьшее из всех таких чисел. В ответе укажите количество делителей у числа  $n + 1$ .

Ответ: 156.